

Les déterminants de la politique de tarification dynamique sur un marché biface

Le cas des logiciels de type client-serveur

Régis Chenavaz et Benoît Leloup



Édition électronique

URL : <https://journals.openedition.org/rei/5128>

DOI : 10.4000/rei.5128

ISSN : 1773-0198

Éditeur

De Boeck Supérieur

Édition imprimée

Date de publication : 15 septembre 2011

Pagination : 89-114

ISSN : 0154-3229

Référence électronique

Régis Chenavaz et Benoît Leloup, « Les déterminants de la politique de tarification dynamique sur un marché biface », *Revue d'économie industrielle* [En ligne], 135 | 3ème trimestre 2011, document 4, mis en ligne le 15 septembre 2013, consulté le 03 juin 2022. URL : <http://journals.openedition.org/rei/5128> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/rei.5128>

LES DÉTERMINANTS DE LA POLITIQUE DE TARIFICATION DYNAMIQUE SUR UN MARCHÉ BIFACE

LE CAS DES LOGICIELS DE TYPE CLIENT-SERVEUR ⁽²⁾

Mots-clés : Tarification dynamique, diffusion multiproduits, marché biface, commande optimale.

Key words : Dynamic Pricing, Multiproduct Diffusion, Two-sided Market, Optimal Control.

I. — INTRODUCTION

Parmi les logiciels liés à Internet, beaucoup d'applications fonctionnent selon une architecture client-serveur. Dans cet environnement, les logiciels clients faisant partie du réseau envoient des requêtes aux serveurs, fournisseurs de ser-

(1) Benoît Leloup, Maître de conférences à Telecom ParisTech, nous a quittés en novembre dernier au terme d'un combat de plusieurs années contre la leucémie. Ses collègues et la *Revue d'Économie Industrielle* souhaitent lui rendre ici un hommage à l'occasion du dernier article qu'il publiera.

Benoît a commencé sa recherche, conjointement à l'ENS de Cachan et à l'École Polytechnique, par une thèse soutenue en Économie et en Gestion. À cette occasion, ses directeurs de thèse ont tenu à souligner leur « grand respect devant les défis scientifiques que Benoît Leloup s'est toujours donné ». Après l'obtention de son Doctorat, Benoît a enseigné et mené ses recherches à Telecom Bretagne, à l'Institut des Applications Avancées de l'Internet, puis à Telecom ParisTech. En raison de la nature de ces écoles, du développement d'Internet et de son intérêt pour les questions complexes et pratiques, Benoît a mis en œuvre ses idées et construit des outils théoriques et pratiques pour mieux comprendre les questions de tarification et d'incertitude propres au commerce électronique.

Au-delà des grandes qualités scientifiques de Benoît, ses amis, ses anciens doctorants, ses collègues, voudraient aussi souligner ici ses qualités de cœur ; ils n'ont pas oublié et n'oublieront pas comment, jusqu'au bout, Benoît a été fidèle à ses engagements intellectuels et a continué à exercer le métier qu'il aimait. Ils pensent aussi aux proches de Benoît, sur-tout et en particulier à sa femme Nathalie et à sa fille Charlotte.

(2) Les auteurs remercient Christophe Schalck et les lecteurs anonymes pour leur aide précieuse.

vices. Ces services concernent la fourniture de contenu comme des fichiers, une connexion Internet, du courrier, l'heure ou des nouvelles. Un type de logiciel client-serveur particulier concerne le courrier électronique. L'éditeur de logiciel Qualcomm fournit le client de courrier (Eudora Client) et le serveur de courrier (Eudora Worldmail Server).

Un autre type de logiciel client-serveur concerne l'accès au World Wide Web. L'éditeur Microsoft par exemple propose à la fois le logiciel client ou navigateur (Internet Explorer) et le logiciel serveur (Internet Information Services). La communauté du logiciel libre développe le navigateur Firefox et le serveur Apache. Chaque navigateur peut lire le système standard de description de texte HyperText Markup Language (HTML) (ou l'eXtensible Markup Language (XML)) et utiliser le système standard de transfert de données HyperText Transfert Protocol (HTTP). Pour accéder à un document, le navigateur utilise le protocole HTTP et envoie une requête au serveur web qui gère le fichier désiré. Le serveur web envoie le document au navigateur. Le navigateur interprète le code HTML du document et en donne une image. Un même logiciel client peut se connecter indifféremment à différents logiciels serveurs et un même logiciel serveur peut répondre à plusieurs clients successivement. Par la suite, pour plus de concision, nous utiliserons avec le même sens les termes client et serveur pour désigner respectivement logiciel client et logiciel serveur.

Dans le cas des logiciels clients-serveurs, les deux faces du marché sont portées par des biens différents qui pourraient théoriquement être portés par des éditeurs distincts. Les logiciels clients-serveurs sont en fait deux biens liés et non un seul bien réunissant deux marchés comme c'est le cas pour les moteurs de recherche, les consoles de jeu ou les sites de rencontre. Toutefois, il peut arriver que des navigateurs différents lisent une même page Internet de manière spécifique. Par exemple, la technologie ActiveX, développée par Microsoft, fonctionne mieux sur Internet Explorer que sur un navigateur alternatif (Chiaravutthi, 2006; Osta *et al.*, 2007). Dans ce cas, les externalités de réseau découlent de ce que les webmasters sont incités à développer leur site pour le navigateur le plus utilisé. Ainsi, le navigateur qui peut voir le plus grand nombre de sites et dans le meilleur format est préféré par les utilisateurs (Jenkins *et al.*, 2005).

Les principaux clients Internet sont Internet Explorer et Firefox qui détiennent respectivement 26,6 % et 42,8 % des parts de marché (w3schools, 2011). Google est entré sur le marché en septembre 2008 avec Chrome qui équipe déjà 23,8 % des navigateurs, suivi par Safari et Opera (resp. 4,0 % et 2,5 %). Ces chiffres sont à prendre avec précaution en raison de la possibilité d'avoir plusieurs navigateurs. Le marché des serveurs Internet est dominé par Apache et Internet Information Services (resp. 60,1 % et 20,0 % des parts de marché selon Netcraft en 2011). Les serveurs Nginx et Sun ont des parts négligeables. Le marché est donc dominé par deux éditeurs principaux (la communauté du logiciel libre et Microsoft) et contesté par le nouvel entrant Google. Remarquons que ce marché n'a pas toujours été duopolistique. En effet, en 2003, Internet Explorer détenait 84,9 % de parts de marché (contre 7,2 % pour Mozilla/Firefox). Au niveau des serveurs, Apache représentait 71 % des ser-

veurs Internet en 2005. Si le marché des logiciels client-serveur est aujourd'hui plutôt duopolistique et contesté, il a, à certains moments, été monopolistique.

Le fonctionnement du marché de l'industrie du client-serveur Internet diffère en plusieurs points de celui d'autres marchés plus conventionnels. Tout d'abord, les clients et serveurs Internet sont utilisés par des groupes de consommateurs distincts suivant qu'ils veulent fournir ou accéder à du contenu. L'utilisateur qui souhaite consulter un site Internet ne souhaite pas forcément en héberger un. Ainsi, le consommateur de l'un des biens n'a pas nécessairement vocation à acheter l'autre (Parker et Van Alstyne, 2005). Notons aussi que ces deux groupes d'utilisateurs, bien qu'ils soient en relation, ne réalisent pas forcément de transaction commerciale entre eux. Leurs interactions sont possibles grâce à leurs logiciels respectifs proposés par l'éditeur qui servent de plate-forme entre les deux groupes (Rochet et Tirole, 2006).

Ensuite, les logiciels sont sujets aux externalités de réseaux. Cela signifie que la valeur du logiciel client (resp. serveur) augmente avec la base installée d'utilisateurs de ce client (resp. serveur) (Farrell et Saloner, 1986). Comme ces externalités concernent le marché du même bien, elles sont appelées externalité de réseau intramarché (Gallaughan et Wang, 2002). Par ailleurs, un logiciel client a d'autant plus de valeur qu'il accède à des services et donc que les logiciels serveurs sont nombreux. De manière équivalente, la valeur d'un serveur augmente avec le nombre de clients qu'il peut servir. Ainsi, en raison de leur complémentarité, les clients et serveurs Internet sont sujets aux externalités de réseau intermarché; les externalités existent pour le marché du bien complémentaire (Gallaughan et Wang, 2002; Chiaravutthi, 2006). Lorsque ces externalités intermarché (ou croisées) s'exercent d'un marché à l'autre du même bien, alors ce bien unique est porteur d'un marché biface. Ces externalités intermarché existent pour le produit complémentaire de la firme comme pour tout autre produit compatible (Jenkins *et al.*, 2005; Windrum, 2004; Chiaravutthi, 2006).

En outre, les firmes capables de capturer une part de marché pour le bien complémentaire bénéficient d'une part de marché et d'un prix plus élevés pour l'autre bien (Windrum, 2004; Chiaravutthi, 2006). Ainsi, il est plus profitable pour une firme de fournir les deux produits complémentaires que pour deux firmes de les proposer indépendamment. Cela explique que la même firme propose à la fois le client et le serveur pour un service considéré. De plus, comme les logiciels de type client-serveur sont des biens numériques, ils se caractérisent par un coût marginal nul ou négligeable (Gallaughan et Wang, 2002). Cette propriété est importante puisqu'elle assure au producteur une flexibilité dans la politique de tarification plus grande pour les deux biens complémentaires. Elle facilite donc le versioning ou les subventions de manière plus importante que pour les biens conventionnels. Elle permet même la tarification à un prix nul pour l'un des biens (Windrum, 2004; Chiaravutthi, 2006).

Étant donnée la complémentarité entre les deux biens, la diffusion de l'un facilite celle de l'autre (Ladròn *et al.*, 2007). Comme le prix d'un produit agit directement sur sa diffusion, il agit aussi indirectement sur la diffusion du pro-

duit complémentaire. Le prix pratiqué sur les deux produits doit assurer la croissance conjointe des ventes de manière « équilibrée ». La politique de tarification simultanée pour les deux biens devient donc plus complexe.

Pour résumer, les logiciels de type client-serveur sont deux biens complémentaires vendus par un même éditeur (ou plate-forme). L'utilité associée à la possession de chaque logiciel est liée à la taille de la base installée de logiciels clients et de logiciels serveurs. Les externalités associées à la détention d'un logiciel sont de type club. Ces logiciels sont soumis à des effets dynamiques (de diffusion) où la diffusion d'un logiciel impacte la diffusion de l'autre. Les dimensions qui émergent du problème sont donc celles de la tarification, des externalités et de la diffusion.

La question qui se pose pour l'éditeur de logiciel de type client-serveur est celle des politiques de tarification simultanées à adopter pour les deux biens. La réponse à cette question est *a priori* complexe puisque les biens connaissent à la fois des externalités de marché et des effets de diffusion. En particulier, alors qu'il est intuitif que les externalités intramarché et intermarché impactent la tarification d'un bien, il est moins évident de connaître l'impact relatif de chaque effet. Les deux types d'externalités ont-ils le même impact sur la politique de tarification ? Par ailleurs, il n'est pas facile non plus de savoir comment se conjuguent effets liés à l'élasticité au prix et effets liés aux externalités de réseaux quant à leur influence sur la forme de la tarification. Quelle est l'importance relative des effets prix et des effets réseaux dans la tarification d'un bien ? Par ailleurs, quelles modifications peuvent amener à ces politiques des effets temporels comme des effets de mode, des effets liés au marketing ? Enfin, quelles sont les conditions favorables à l'émergence d'une politique de prix nul pour l'un des biens ? Une politique de prix nul réduit-elle fortement le profit ? De manière plus générale, nous nous demandons quels sont les déterminants et les formes des politiques de tarification intertemporelle pour une plate-forme de marché biface dont les biens sont soumis à des effets dynamiques.

L'étude de ces questions nécessite le recours à certains éléments d'analyse des littératures sur la diffusion de nouveaux produits et sur les marchés bifaces (MB). Chacune de ces littératures apporte une réponse partielle au problème. Dans la littérature sur la diffusion, la branche qui traite de la tarification intertemporelle, alors qu'elle prend en compte le prix du produit et les effets dynamiques, ne considère qu'un seul bien (Bass, 1969 ; Kalish, 1983). La branche sur la diffusion multiproduits analyse les complémentarités entre plusieurs biens ainsi que les effets dynamiques mais n'intègre pas leur prix (Bayus *et al.*, 2000). La littérature sur les MB retient plusieurs biens ainsi que leurs prix mais se restreint à un cadre statique (Rochet et Tirole, 2006). Pour répondre à notre question de recherche, nous mobilisons conjointement les effets dynamiques dans la diffusion de plusieurs produits ainsi que leurs prix.

Alors que l'on peut s'attendre à ce que les externalités de réseau directe et indirecte aient le même impact sur la forme de la politique de tarification, nous

montrons que cette intuition est fautive dans le cas général. Elle n'est d'ailleurs pas vérifiée pour des fonctionnelles de demande simple comme lorsque l'effet prix et les externalités de réseau sont additivement séparables. En revanche, lorsque la fonctionnelle de demande est multiplicativement séparable en le prix et les bases installées, et seulement dans ce cas, l'impact sur la politique de tarification de l'externalité de réseau directe est le même que celui de l'externalité indirecte. Par ailleurs, en présence de la seule externalité de réseau intramarché, lorsque le taux d'actualisation est nul, la politique de tarification est de forme croissante (resp. décroissante) lorsque l'externalité est positive (resp. négative). L'élasticité de la demande au prix ne modifie pas ce résultat. Enfin, ces résultats sont robustes à l'introduction, selon certaines formes fonctionnelles, de chocs temporels exogènes sur la fonction de demande courante. Nous montrons aussi par simulation qu'un prix nul, résultat d'une politique de tarification alternative, est préférable pour le client lorsqu'il existe une différence entre les externalités de réseau indirectes. D'ailleurs, pour des plages de paramètres réalistes, cette politique de tarification alternative ne détériore que peu le profit intertemporel.

Nous modélisons le comportement de la plate-forme comme un monopole. En effet, le marché des clients-serveurs a été étudié comme un duopole pour des analyses empiriques (Jenkins *et al.*, 2005 ; Chiaravutthi, 2006). Toutefois, ce marché a aussi été monopolistique (Netcrast, 2011 ; w3schools, 2011). Les résultats éclairent donc le passé monopolistique de ce marché.

Ce travail éclaire le fonctionnement d'un grand nombre de marchés de produits technologiques comme les systèmes d'exploitation ou les services de télécommunication qui sont à la fois bifaces et soumis à des effets dynamiques (Ladròn *et al.*, 2007). Un autre exemple de marché comportant ces particularités est le marché de la rencontre en ligne (Rochet et Tirole, 2006). Les particularités de ces marchés sont la diffusion par une plate-forme de produits complémentaires adressés à des catégories distinctes de consommateurs. Ces produits sont sujets à des externalités de réseau intra et intermarché. Il n'y a pas de paiement entre les utilisateurs finals.

Dans la deuxième partie, nous présentons les littératures. Le modèle général est présenté dans la troisième partie et spécifié dans la quatrième pour obtenir des résultats plus précis. Dans la cinquième partie, nous proposons une simulation numérique du modèle. La sixième partie conclut.

II. — REVUE DE LITTÉRATURE

2.1. La tarification de nouveau produit

Basée sur l'article fondateur de Bass (1969) sur la diffusion de nouveaux produits, la littérature sur la tarification de nouveaux produits est conséquente (Mahajan et Muller, 1979 ; Mahajan *et al.*, 2000 ; Chenavaz *et al.*, 2011). Cette littérature modélise les ventes d'un nouveau produit tout au long de son cycle

de vie. Dans les modèles de diffusion, les ventes courantes dépendent de la base installée du produit (ou ventes passées) (Bass, 1969) et du prix courant (Robinson et Lakhani, 1975). L'impact des ventes passées sur les ventes courantes existe en partie en raison du bouche à oreille. Comme les premiers consommateurs ne tiennent pas compte de la conséquence de leur achat sur l'utilité des autres consommateurs, le bouche à oreille est source d'externalité. En pratique, les externalités sont une caractéristique importante de nombreux nouveaux produits et expliquent en partie la forme des ventes cumulées au cours du temps (Mahajan *et al.*, 2000, Ladròn *et al.*, 2007).

Depuis Robinson et Lakhani (1975), les modèles de diffusion permettent de caractériser la forme des politiques de tarification intertemporelle et d'expliquer les évolutions des prix observées (Mahajan *et al.*, 2000). Ils montrent comment les effets de dynamiques impactent la politique de tarification. Les trois formes de base pour les politiques de tarification, selon Jorgensen (1986), sont : la pénétration (le prix démarre bas et augmente progressivement), l'écémage (le prix démarre haut et diminue de manière monotone), la pénétration suivie de l'écémage. Ces deux dernières politiques sont les plus étudiées dans la littérature sur la diffusion et observées en pratique (Bass, 1995 ; Paraschiv et Chenavaz, 2011).

La généralisation de la diffusion monoproduit au cas multiproduits offre un cadre plus réaliste pour la compréhension des relations interproduits. Elle permet de meilleures prévisions et une politique de tarification plus efficace (Bayus *et al.*, 2000 ; Mahajan *et al.*, 2000). Alors qu'il existe des études empiriques (Gallaughner et Wang, 2002 ; Ladròn *et al.*, 2007), l'analyse formelle de marchés dynamiques de plusieurs produits complémentaires, en dépit de l'intérêt évident des prescriptions pour le praticien, est restée limitée. Certains modèles théoriques comme celui de Bayus *et al.* (2000) existent. Ces modèles, basés sur le paradigme des systèmes dynamiques, ne prennent donc pas en compte de variable de décision comme le prix de la part de la firme.

La littérature sur la diffusion de nouveaux produits permet, dans sa branche sur la tarification dynamique, de traiter de la tarification pour un seul bien soumis à des effets dynamiques et, dans sa branche sur la diffusion multiproduits, de caractériser la diffusion de plusieurs biens soumis à des effets de diffusion croisés. Cette littérature apporte donc une réponse partielle au problème qui nécessite l'analyse conjointe de la tarification et d'effets dynamiques multiproduits.

2.2. Les marchés bifaces

La littérature théorique sur les marchés bifaces (MB) s'intéresse en général aux cas où un seul bien est constitutif de deux marchés. Elle suggère que beaucoup de marchés sujets aux externalités de réseau se caractérisent par la présence de deux côtés distincts. Les consommateurs d'un bien sur un marché biface ne consomment pas nécessairement le bien complémentaire. En particulier, l'utilisateur de navigateur Internet n'a pas besoin d'un serveur. Ce cas est

différent de celui de l'acheteur du rasoir qui achète des lames par la suite et est soumis à un effet de cliquet intertemporel (Rochet et Tirole, 2006).

Les interactions entre les deux côtés du marché induisent de fortes complémentarités entre les produits. Chaque côté a intérêt à ce que l'autre côté détienne le bien en question. Cette complémentarité croisée entre produits génère des externalités. La littérature sur les MB étend le concept d'externalité de réseau intramarché à une situation intermarchés.

Deux types d'externalités sont identifiés sur un MB comme le montrent les surveys de Rochet et Tirole (2006) et Armstrong (2006) : une externalité d'usage, typique d'un système de paiement et une externalité de club présente sur un système de communication. L'externalité d'usage est présente en particulier dans un système de paiement parce que chaque utilisation de la carte entraîne une externalité pour l'acheteur et pour le commerçant. Sur un système de communication, la détention d'un téléphone permet à chaque utilisateur d'appeler ou de se faire appeler. Cette externalité à faire partie d'un groupe est une externalité de club. Ces deux types d'externalités ne sont pas exclusives l'une de l'autre. Dans notre travail, nous ne retenons que l'externalité club car c'est elle qui influe sur les logiciels de type client-serveur.

La valeur pour le consommateur final ne vient pas de la détention des deux produits, mais de l'interaction avec les détenteurs du produit complémentaire (Parker et Van Alstyne, 2005). La croissance de la base installée d'un côté du marché impacte la structure de prix au profit du fournisseur du bien complémentaire. Il y a donc une incitation pour le producteur d'un bien à proposer le bien complémentaire. Les firmes proposant les deux biens sont appelées plates-formes. L'internalisation des externalités de réseau intermarchés leur confère un avantage concurrentiel.

Par cette internalisation, la plate-forme se propose d'avoir « les deux côtés à bord » en choisissant un prix adapté en termes de niveau et de structure. Parker et Van Alstyne (2005) montrent que la structure de prix dépend des externalités intermarchés. Une politique de tarification optimale peut être, en particulier, de proposer durablement un bien pour un prix nul. Cela est possible, notamment lorsque le coût de production marginal est négligeable. Ainsi, une firme peut subventionner une partie arbitrairement importante du marché. La proposition selon laquelle un prix négatif permet la maximisation du profit global est intéressante d'un point de vue pratique (Parker et Van Alstyne, 2005).

Il existe des externalités de réseau sur le marché des clients-serveurs (Gallagher et Wang, 2002 ; Chiaravutthi, 2006). La relation entre la part de marché pour les navigateurs Internet et le prix des serveurs est biface. Lorsque le prix des serveurs diminue, la part de marché des navigateurs augmente.

La littérature sur les MB explique comment une plate-forme tarifie les biens de deux côtés d'un marché qui ont intérêt à l'interaction. Toutefois, l'analyse est statique ; les dynamiques du prix et des ventes ne sont pas prises

en compte. Or, étant donnée l'importance des effets dynamiques pour le marché des clients-serveurs, cette littérature n'apporte qu'une réponse partielle à notre problème.

III. — LE MODÈLE GÉNÉRAL

3.1. Construction du modèle

Un monopole produit deux biens i et j sur la période $[0, T]$ où T est l'horizon temporel de la firme et où $t \in [0, T]$ indexe le temps. La base installée (ou les ventes cumulées) du bien i est $x_i(t) \in [x_{i0}, x_{iT}]$ avec $x_i(0) = x_{i0} \geq 0$ et $x_i(T) = x_{iT} > 0$. La base installée au début de la période x_{i0} peut soit être nulle (le produit n'est pas encore lancé et aucune vente n'a encore été réalisée) ou soit être positive (le problème commence alors que le produit est déjà lancé). Les ventes totales à la fin de l'horizon temporel x_{iT} sont supposées exogènes.

La demande courante à l'instant t (ou les ventes courantes) du bien (3) i est $\frac{dx_i(t)}{dt} \equiv \dot{x}_i(t)$. Elle dépend du prix du bien considéré $p_i(t) > 0$ mais non du prix du bien de l'autre produit $p_j(t) > 0$, comme le stipule l'hypothèse à la base de la littérature sur les MB. Cette hypothèse traduit le fait que les utilisateurs finals n'internalisent pas les externalités que leur achat implique de l'autre côté. La demande courante $\dot{x}_i(t)$ dépend aussi de la base installée du produit $x_i(t)$ et de la base installée de l'autre produit $x_j(t)$. Par ailleurs, les consommateurs ne font pas d'anticipation ni sur les prix futurs, ni sur les bases installées futures.

La demande courante (4) sur le côté i est donc

$$\dot{x}_i(t) = f_i \left(p_i(t), x_i(t), x_j(t) \right).$$

Par la suite, pour plus de lisibilité, nous omettons les arguments des fonctions lorsqu'ils sont évidents. La demande décroît avec le prix $\frac{\partial f_i}{\partial p_i} \leq 0$. En raison de l'externalité de réseau intermarchés, la demande d'un bien augmente avec les ventes cumulées de l'autre bien $\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \geq 0$. Cette hypothèse reprend l'idée que plus nombreux sont les utilisateurs du logiciel client (resp. serveur), plus la demande courante du logiciel serveur (resp. client) sera forte. Les deux hypothèses précédentes impliquent que $\frac{\partial^2 f_i}{\partial p_i \partial x_j} \leq 0$, ce qui signifie que l'externalité de réseau intermarché est d'autant plus faible que le prix est élevé.

- (3) Par la suite, la dérivée première de toute variable par rapport au temps est notée avec un point.
- (4) Le lecteur intéressé par les fondements micro-économiques de cette fonction de demande peut se référer à Chenavaz (2010).

L'effet de la base installée sur la demande d'un même produit, à la différence des deux précédents effets n'est pas forcément uniforme. En effet, à l'introduction d'un bien nouveau, les ventes passées peuvent influencer positivement les ventes futures. Cela arrive lorsque ces ventes permettent de faire connaître le produit ou de réduire l'incertitude sur sa qualité (bouche à oreille positif). En revanche, pour un bien durable, le marché se rétrécit avec les ventes passées, laissant moins d'opportunités de vente. Dans ce cas, les ventes passées affectent négativement les ventes courantes. Les études empiriques (Bass, 1995) montrent qu'en début de cycle de vie du produit, l'effet de diffusion domine l'effet de saturation. En fin de vie du produit, l'effet de saturation est plus important que l'effet de diffusion. Ainsi, jusqu'à un certain niveau de bases installées, les ventes passées augmentent la demande courante et après ce niveau, les ventes passées réduisent la demande courante. De manière formelle, $\forall x_j, \exists \bar{x}_i / \forall x_i < \bar{x}_i, \frac{\partial f_i}{\partial x_i} > 0, \forall x_i > \bar{x}_i, \frac{\partial f_i}{\partial x_i} < 0$.

Bien que les logiciels soient des biens numériques et qu'en ce sens le coût variable peut être approximé par zéro, les logiciels clients-serveurs sont très régulièrement mis à jour. En effet, l'éditeur développe continuellement de nouvelles fonctionnalités ou corrige des dysfonctionnements. Il existe des effets d'apprentissage de cette activité de programmation. Le coût de production du bien i est donc fonction des ventes cumulées de ce même bien (5) x_i . Ainsi, $c_i: [x_{i0}, x_{iT}] \rightarrow \mathbb{R}^+$ est donnée par :

$$c_i = c_i(x_i).$$

Comme les activités de mise à jour des logiciels ont des effets d'apprentissage, nous avons $\frac{dc_i}{dx_i} \leq 0$. Cet effet est d'autant plus fort que les coûts fixes sont conséquents, ce qui est le cas pour les logiciels de type client-serveur. En effet, comme tout bien numérique, la production pour la première unité est bien plus coûteuse que pour les suivantes. Par ailleurs, la production cumulée du bien i n'impacte pas le coût de production du bien j .

3.2. Résolution du modèle

Le profit courant $\pi(t)$ à valeurs dans \mathbb{R} est tel que

$$\pi(t) = \sum_{i=1}^2 (p_i - c_i(x_i)) \dot{x}_i.$$

Soit $\mathbf{p}(t) = (p_1(t), p_2(t))$, $\forall t \in [0, T]$ une stratégie de prix à la date t et r le taux d'actualisation. Le problème du monopole qui propose deux produits dont les

(5) Nous analysons le cas général où le coût marginal est non nul mais les résultats sont robustes à un coût marginal nul.

ventes sont liées est de déterminer la stratégie de tarification \mathbf{p}^* qui maximise le profit intertemporel.

Le programme du monopole est

$$\mathbf{p}^* = \arg \max_{\mathbf{p}(t)} \int_0^T e^{-rt} \pi(t) dt,$$

$$\text{s.c. : } \dot{x}_i = f_i(p_i, x_i, x_j), x_i(0) = x_{i0},$$

$$\text{pour } i, j = 1, 2 \text{ avec } i \neq j.$$

Nous introduisons les contraintes (2.14) dans la fonction objectif en les multipliant avec les prix cachés (6) $e^{-rt} \lambda_i(t)$ pour former le Hamiltonien :

$$H(p_1, p_2, x_1, x_2, \lambda_1, \lambda_2) = e^{-rt} \left(\sum_{i=1}^2 (p_i - c_i(x_i) + \lambda_i) f_i(p_i, x_i, x_j) \right)$$

Le principe du maximum donne les conditions suivantes :

$$\dot{x}_i = f_i(p_i, x_i, x_j), x_i(0) = x_{i0},$$

$$\dot{\lambda}_i = \frac{\partial H}{\partial x_i} + r\lambda_i,$$

$$\dot{\lambda}_i = - (p_i - c_i(x_i) + \lambda_i) \frac{\partial f_i}{\partial x_i} - c'_i(x_i) f_i - (p_j - c_j(x_j) + \lambda_j) \frac{\partial f_i}{\partial x_j} + r\lambda_i, \lambda_i(T) = 0,$$

$$\text{pour } i, j = 1, 2 \text{ avec } i \neq j.$$

La maximisation du Hamiltonien implique les conditions du premier ordre :

$$p_i = c_i - \lambda_i - \frac{f_i}{\frac{\partial f_i}{\partial p_i}}, i = 1, 2.$$

Nous vérifions que la règle de tarification donnée par (2.19) ressemble à la règle de tarification du monopole dans le cadre statique (règle d'Amoroso-Robinson quand $\lambda_i = 0$). La différence est la présence du prix caché λ_i qui intègre dans la tarification actuelle ses implications dans le profit futur. Le prix caché donne l'impact sur l'objectif (le profit) du relâchement de la contrainte d'une unité. Dans notre contexte, il s'agit de la valeur à la date $t \in [0, T]$ de vendre une unité supplémentaire du bien i . En raison des effets futurs sur la demande et sur le coût de production, la vente d'une unité supplémentaire aujourd'hui affecte les profits futurs. Ainsi, la vente d'une unité supplémentaire du bien i aujourd'hui développera les ventes du bien j par la suite et donc augmentera les futurs profits. Dans ce cas, $\lambda_i > 0$ et le prix courant qui maxi-

(6) Le prix caché $e^{-rt} \lambda_i(t)$ donne le bénéfice sur le profit futur à vendre en t une unité du bien j en plus.

mise le profit intertemporel est inférieur à celui qui maximise le profit courant. Ce prix du bien i faible, permet de développer les ventes du même bien aujourd'hui qui stimuleront, à leur tour, les ventes du bien j demain. En fait, si $\lambda_i > 0$, il existe une incitation à proposer un prix inférieur à celui qui maximiserait le profit courant pour développer les ventes courantes et ainsi accroître les profits futurs grâce aux effets dynamiques.

— Niveau de λ_i .

Pour voir l'évolution du prix caché au cours du temps, nous substituons (2.20) dans (2.17) et obtenons avec (2.21) et après réarrangement

$$\lambda_i(t) = \int_t^T e^{-r(s-t)} \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_i} p_i + \frac{\partial f_j}{\partial x_j} p_j - \dot{c}_i \right) ds, \quad i = 1, 2, \quad i \neq j.$$

Rappelons que λ_i , le prix caché de i donne l'impact sur le profit futur d'une vente courante supplémentaire du bien i . Nous vérifions que λ_i augmente avec l'horizon temporel T , avec le niveau des externalités intramarché $\frac{\partial f_i}{\partial x_i}$ et $\frac{\partial f_j}{\partial x_j}$ et avec le prix des biens p_i et p_j . Il est décroissant avec les élasticités de la demande au prix η_i et η_j .

— Variations de p_i

Les conditions du second ordre impliquent

$$\frac{\partial^2 H}{\partial p_i^2} \leq 0 \rightarrow 2 - \frac{\frac{\partial^2 f_i}{\partial p_i^2}}{\left(\frac{\partial f_i}{\partial p_i}\right)^2} f_i \geq 0.$$

Ces conditions du second ordre sont les mêmes que dans Kalish (1983) et Dockner *et al.*, (2000). L'introduction d'externalités intermarchés ne les modifie pas.

En dérivant (2.20) par rapport à t , en substituant (2.20) dans le résultat et en réarrangeant, nous obtenons

$$\dot{p}_i \left(2 - \frac{\frac{\partial^2 f_i}{\partial p_i^2}}{\left(\frac{\partial f_i}{\partial p_i}\right)^2} f_i \right) = -r\lambda_i - 2f_i \frac{\partial f_i}{\partial p_i} + f_i^2 \frac{\frac{\partial^2 f_i}{\partial p_i \partial x_i}}{\left(\frac{\partial f_i}{\partial p_i}\right)^2} - f_j \frac{\frac{\partial f_j}{\partial x_i}}{\frac{\partial f_j}{\partial p_j}} - f_j \frac{\frac{\partial f_i}{\partial x_j}}{\frac{\partial f_i}{\partial p_i}} + f_j f_j \frac{\frac{\partial^2 f_j}{\partial p_i \partial x_j}}{\left(\frac{\partial f_j}{\partial p_j}\right)^2},$$

avec λ_i donné par (2.23).

Les trois premiers termes du membre de droite sont identiques à ceux de Kalish (1983). Ils sont uniquement liés aux effets prix et diffusion du bien i . Les trois derniers termes quantifient les impacts liés aux externalités croisées. Les quatrième et cinquième termes prennent respectivement en compte l'impact de

la diffusion de i sur les ventes de j et l'impact de la diffusion de j sur les ventes de i . Le sixième terme, capture l'externalité intermarché selon le niveau du prix.

De manière plus précise, le membre de gauche est positif en raison des conditions du second ordre (2.24). Le premier terme du membre de droit est du signe opposé à λ_i . λ_i est du signe de l'impact sur le profit d'une vente courante supplémentaire. Le deuxième terme capture l'externalité intramarché. Il est du signe de $\frac{\partial f_i}{\partial x_i}$. Le troisième terme représente l'impact du niveau de l'externalité intramarché en fonction du niveau du prix. Selon (2.12), il est négatif. Les quatrième et cinquième termes correspondent à des effets croisés entre les diffusions de i et de j . Le quatrième terme est du signe de $\frac{\partial f_i}{\partial x_i}$ et le cinquième est positif en raison de (2.11). Le sixième terme prend en compte le niveau de l'externalité de j sur i en fonction de p_i . Il est négatif selon (2.12).

Le résultat important qui découle de (2.25) est que dans le cas général, contrairement à l'intuition, l'impact des externalités directe et indirecte n'est pas nécessairement le même sur la politique de tarification.

Les résultats précédents donnent de nouveaux éclairages sur les politiques de tarification d'une plate-forme de marché biface et sur les dynamiques des ventes. Ils sont robustes puisqu'ils tiennent pour des fonctions de demande très générales. En effet, ces fonctions sont jointes dans l'ensemble de leurs arguments et nous n'avons considéré que leurs propriétés. En spécifiant davantage les propriétés des fonctions, il est possible d'obtenir des résultats encore plus précis sur la forme des politiques de tarification.

IV. — SOUS-CLASSE DE FONCTIONNELLE DE DEMANDE

4.1. Externalités de réseau intramarché et intermarchés

Nous étudions maintenant le cas où l'interaction entre le prix de i et les ventes cumulées de i et de j prennent une forme spécifique : les fonctions des bases installées et de prix sont multiplicativement séparables de type

$$\dot{x}_i = q_i(p_i) h_i(x_i, x_j) x_i(0) = x_{i0}.$$

Cette sous-classe de fonctionnelles est intéressante pour plusieurs raisons. Tout d'abord, il s'agit d'une manière simple et naturelle de modéliser la relation entre les prix et les externalités liées aux bases installées. Ensuite, de nombreux modèles utilisent des cas particulier de cette forme. Enfin, les modèles issus de ce type de fonctionnelle possèdent de « bonnes » propriétés analytiques. Dockner *et al.* (2000) rappellent que deux types de fonctions multiplicativement séparables sont utilisés dans la littérature : les fonctions exponentielles, les fonctions isoélastiques et les fonctions linéaires avec respectivement $\dot{x}_i = (a + bx_i + cx_j) e^{-sp_i}$, $\dot{x}_i = a + bx_i + cx_j$ (sp) $^{-\mu}$, $\dot{x}_i = (a + bx_i + cx_j) (d - ep_i)$.

Résultats

En substituant 2.27 dans 2.25, la dynamique du prix est donnée par

$$\dot{p}_i \left(2 - \frac{\frac{\partial^2 f_i}{\partial p_i^2}}{\left(\frac{\partial f_i}{\partial p_i}\right)^2} f_i \right) = -r\lambda_i - (q_i)^2 \frac{\frac{\partial h_i}{\partial x_i}}{\frac{\partial q_i}{\partial p_i}} (q_j)^2 \frac{\frac{\partial h_j}{\partial x_j}}{\frac{\partial q_j}{\partial p_j}}.$$

Proposition 1. Pour des fonctionnelles de demande multiplicativement séparables en le prix et la base installée, l'évolution du prix du bien considéré dépend autant de l'effet direct que de l'effet indirect.

Démonstration. Immédiat lorsque $r = 0$ selon (2.29) où le deuxième (resp. troisième) terme du membre de droite constitue l'effet direct (resp. indirect) sur la variation du prix de i . Avec une fonctionnelle multiplicativement séparable, les deuxième et troisième termes du membre de droite de (2.25) se simplifient pour donner le deuxième terme du membre de droite de (2.29). Ensuite, le quatrième terme de (2.25) donne le troisième terme de (2.29). Les cinquième et sixième termes de (2.25), de signe opposé, s'annulent exactement dans (2.29).

Lorsque le taux d'actualisation r est faible ou lorsque la durée du cycle de vie du produit T est réduite, r peut être approximé par zéro. Dans ce cas, lorsque les effets liés aux externalités intramarché et intermarché sont simultanément positifs (resp. négatifs), le prix du bien est croissant (resp. décroissant). Ce résultat est tout à fait intuitif. En revanche, lorsque les deux effets sont opposés, la réponse à cette question est plus délicate et dépend des formes fonctionnelles retenues. Nous montrons que pour des formes fonctionnelles du type (2.27), couramment utilisées dans la littérature, l'effet direct a le même impact que l'effet indirect. Ce résultat a l'avantage d'être à la fois simple pour un usage prescriptif et robuste à toute forme fonctionnelle multiplicativement séparable entre les fonctions de prix et d'effets de réseaux.

Ce résultat s'explique parce que si toutes les externalités impactent la tarification d'un bien, les effets de ces externalités ne s'atténuent pas avec la distance de l'externalité par rapport au bien. Ainsi, l'effet direct n'est pas plus important que l'effet indirect. La distance est donc neutre.

Notons que la sous-classe de fonctionnelle de demande particulière considérée, si elle est importante, ne prend pas en compte certaines fonctions de demande simples. La proposition 1 ne s'applique par exemple à la fonction de demande suivante

$$\dot{x}_i = a + bx_i + cx, -ep_i, x_i(0) = x_{i0}.$$

En effet, dans ce dernier cas, le prix et les bases installées sont additivement séparables et non multiplicativement séparables. L'analyse empirique est donc

importante pour dégager la meilleure spécification fonctionnelle de la demande. Cela permet de savoir si la proposition 1 s'applique. Les conditions d'applications de cette proposition sont suffisamment restrictives pour qu'elle ne soit pas triviale. En effet, si cette proposition paraît intuitive, son cadre d'application n'est pas évident *a priori*. Il est en effet nécessaire que la fonctionnelle de demande soit multiplicativement séparable en le prix et la base installée.

L'éditeur de logiciels de type client-serveur, dans l'élaboration de sa politique de tarification pour le logiciel serveur et pour le logiciel client tient compte autant, pour la tarification du serveur, des externalités liées à la base installée des serveurs qu'à celles liées à la base installée des clients (c'est pareil pour la tarification du logiciel client). Les deux types d'externalités directes et indirectes sont égaux. Lorsque l'éditeur propose les logiciels client-serveur, les deux types d'externalités devraient être positifs car l'effet positif lié au bouche à oreille (supposé positif) l'emporte sur l'effet négatif venant de la saturation du marché. Les deux effets favorisent une politique de prix croissants au cours du temps (politique de pénétration du marché). Un conflit peut apparaître entre ces deux effets seulement lorsque le marché arrive à maturité. En effet, l'externalité intermarchés reste positive alors que l'externalité intramarché devient négative en raison de la saturation progressive du marché. Ainsi, au début du cycle de vie du couple de produits client-serveur, les prix des logiciels client et serveur augmentent dans le temps. Ce n'est qu'à la fin du cycle de vie, lorsque l'effet négatif de la saturation du marché est aussi important que l'effet positif lié à l'externalité intermarchés que les prix des logiciels baissent. Dans cette situation, la politique de prix suit une courbe en U inversé. Notons qu'en raison de l'existence du bien complémentaire qui introduit un effet dynamique positif, le moment où le prix du logiciel diminue est retardé. En outre, la baisse du prix du bien est atténuée.

Choc temporel

La demande pour les biens technologiques comme les logiciels client-serveur est sensible aux effets temporels comme les effets de mode, les effets d'annonce (Kuester *et al.*, 2000) ou aux résultats d'une campagne marketing. Étant donnée l'importance de ces phénomènes, il est intéressant d'apprécier leur impact sur les politiques de tarification. Les résultats plus haut tiennent pour des fonctions de demande courante plus générales qui intègrent des chocs exogènes liés au temps de manière multiplicativement séparable.

La fonction d'effet temporel sur les ventes courantes du bien i , $l_i: [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^+$ est donnée par $l_i = l_i(t)$. Le choc temporel est positif (resp. négatif), c'est-à-dire qu'il augmente (resp. diminue) la demande courante de i lorsque $l_i > 1$ (resp $l_i < 1$). Lorsque $l_i = 1$, le choc temporel est nul. Les effets de mode sont le plus souvent positifs et commencent à la sortie d'un nouveau bien puis s'estompent avec le temps.

Avec $l_i(t)$, (2.27) s'écrit comme

$$\dot{x}_i = q_i(p_i) h_i(x_i, x_j) l_i(t), x_i(0) = x_{i0}.$$

Après substitution de (2.31), (2.25) devient

$$\dot{p}_i \left(2 - \frac{\frac{\partial^2 f_i}{\partial p_i^2}}{\left(\frac{\partial f_i}{\partial p_i}\right)^2} f_i \right) = -r\lambda_i - (q_i)^2 \frac{\frac{\partial h_i}{\partial x_i}}{\frac{\partial q_i}{\partial p_i}} l_i - (q_j)^2 \frac{\frac{\partial h_j}{\partial x_j}}{\frac{\partial q_j}{\partial p_j}} l_j.$$

Lemme 1. La proposition 1 est robuste à l'introduction d'une fonction temporelle multiplicativement séparable.

Démonstration. Comparaison entre (2.29) et (2.32) en se rappelant $l \in \mathbb{R}^+$.

Les résultats liés à la fonction de demande courante (2.27) sont généralisables lorsque (2.27) intègre un élément temporel exogène capturé par la fonction $l_i(t)$. Avant d'aller plus loin, nous avons besoin de deux définitions quant aux différents types d'effets qui peuvent toucher à la politique de tarification.

Definition 1. Un paramètre a un effet qualitatif sur la politique de tarification dynamique s'il en modifie le signe du coefficient directeur.

Definition 2. Un paramètre a un effet quantitatif sur la politique de tarification dynamique s'il en modifie le niveau du coefficient directeur mais non le signe.

En l'absence d'un effet qualitatif mais en présence d'un effet quantitatif, une politique de tarification croissante (resp. décroissante) demeure croissante (resp. décroissante) mais sa pente est modifiée.

Proposition 2. Les élasticité-prix direct des biens i et j ont un effet quantitatif et un effet qualitatif sur la forme de la politique de tarification du bien $(i, j) = 1, 2$ avec $i \neq j$.

Démonstration. Immédiat avec (2.32).

Les élasticité-prix de la demande du bien i et du bien j sont susceptibles de remettre en cause la forme de la politique de tarification du bien i . Il est surprenant que ces deux élasticité-prix soient déterminantes pour la politique de tarification d'un seul bien. Il est donc important de bien connaître ces deux élasticité-prix étant donné leur impact potentiel.

Lemme 2. L'introduction d'une fonction temporelle multiplicativement séparable pour la demande courante du bien i et du bien j a un effet quantitatif et un effet qualitatif.

Démonstration. Immédiat avec (2.32).

En ce qui concerne la tarification du serveur, l'introduction d'effets de mode (ou les autres effets temporels comme les effets d'annonce ou ceux du marketing) sur le serveur ou sur le client peuvent avoir un effet qui augmente ou diminue le caractère croissant ou décroissant de son prix. Ces effets de mode peuvent aussi inverser la tendance haussière ou baissière de la politique de prix. L'effet de mode est *a priori* décroissant dans le temps (Kalish, 1985). Nous pouvons donc supposer que s'il y a des effets qualitatifs, ils interviendront au début de l'effet de mode. Les effets quantitatifs leur succéderont. L'introduction de cet effet temporel dans l'analyse est importante car elle peut changer non seulement l'importance de la pente d'une politique de tarification (les prix augmentent ou diminuent plus ou moins vite) mais aussi le sens de la pente (des prix à la hausse peuvent devenir à la baisse et vice-versa). Il est donc essentiel de modéliser les effets temporels pour l'éditeur qui met en place une politique de tarification intertemporelle.

4.2. Externalité intermarchés

En ne conservant que des externalités intermarchés, comme dans la littérature sur les marchés bifaces, la demande courante est

$$\dot{x}_i = q_i(p_i) h_i(x_i), x_i(0) = x_{i0}.$$

qui, substitué dans (2.25) donne

$$\dot{p}_i \left(2 - \frac{\frac{\partial^2 f_i}{\partial p_i^2}}{\left(\frac{\partial f_i}{\partial p_i}\right)^2} f_i \right) = -r\lambda_i - (q_i)^2 \frac{\frac{\partial h_j}{\partial x_i}}{\frac{\partial q_j}{\partial p_j}}.$$

Proposition 3. Pour une demande courante séparable entre le prix du bien i et la base installée de j et pour un taux d'intérêt nul, le prix optimal est croissant.

Démonstration. Évident selon (2.34) en se rappelant (2.11) et (2.9).

La proposition 3 implique que le prix optimal de i augmente lorsque la base installée de j développe la demande de i . En d'autres termes, des effets positifs des ventes de j sur la demande de i induisent un prix initialement bas de i pour stimuler la demande de j qui, à son tour, stimulera la demande de i . La politique de tarification est donc la pénétration (prix qui augmente de manière monotone). Remarquons que si l'externalité croisée est négative, contrairement à l'hypothèse (2.11), le prix de i est relativement plus élevé et diminue de manière monotone.

Ce résultat implique que la courbe de prix imite le processus de diffusion. Le résultat (2.29) montre que l'impact sur la forme de la courbe de tarification de l'externalité de réseau indirecte est la même que celui de l'externalité de réseau directe. Nous en déduisons donc que dans le cas où les ventes ne dépendent que

des externalités indirectes, la courbe de la politique de tarification est autant accentuée que lorsque les ventes dépendent seulement des externalités directes. Ce résultat est important d'un point de vue théorique et d'un point de vue pratique. Les règles de tarification issues du contexte où les externalités de réseau sont directes peuvent s'appliquer telles quelles lorsque les externalités de réseau sont indirectes.

Il est important de considérer aussi les cas où les utilisateurs sans véritablement payer davantage connaissent un coût d'acquisition du bien plus élevé. En effet, le prix n'est pas forcément monétaire. En ce qui concerne les logiciels client-serveur, l'obtention du logiciel, même si elle est gratuite, peut nécessiter l'ouverture d'un compte et la révélation de certaines informations. L'apparition de ces stratégies de la part des éditeurs montre qu'ils peuvent plus en demander aux utilisateurs sans forcément les faire payer.

Lemme 3. Lorsque le taux d'intérêt est nul, l'élasticité au prix a un effet quantitatif et non qualitatif sur la forme de la politique de tarification.

Démonstration. Même preuve que pour la proposition (3).

À titre illustratif, remarquons que lorsque (2.33) est spécifié selon $\dot{x}_i = (a + bx_j)e^{-sp_i}$ ou $\dot{x}_i = (a + (x_j)^b)(sp)^{-u}$, p_i est croissant sur $[0, T]$ quelle que soit la valeur de $s > 0$. Dans les deux cas, il existe un effet de la sensibilité de la demande courante au prix sur l'intensité de l'augmentation ou de la baisse intertemporelle du prix mais non sur le caractère haussier ou baissier du prix.

En présence d'un élément d'évolution temporelle des ventes courantes $l_i(t)$, (2.33) devient :

$$\dot{x}_i = q_i(p_i) h_i(x_j) l_i(t), \quad x_i(0) = x_{i0}.$$

Dans ce cas, (2.34) est :

$$\dot{p}_i \left(2 - \frac{\frac{\partial^2 f_i}{\partial p_i^2}}{\left(\frac{\partial f_i}{\partial p_i}\right)^2} f_i \right) = -r\lambda_i - (q_j)^2 \frac{\frac{\partial h_j}{\partial x_j}}{\frac{\partial q_j}{\partial p_j}} l_i.$$

Lemme 4. L'introduction d'un effet temporel $l_i(t)$ de manière multiplicativement séparable sur la demande courante de i a un effet quantitatif mais pas d'effet qualitatif sur la politique de tarification de i .

Démonstration. Évident selon (2.36).

Le caractère croissant ou décroissant du prix du bien n'est pas impacté par la fonction temporelle, peu importe sa forme croissante ou décroissante. Ce résultat est surprenant car si la demande courante subit une forte hausse (resp. baisse) liée au temps $l_i(t)$ alors il serait intuitif que la firme fixe un prix continuel-

lement plus haut (resp. plus bas). En fait, l'effet final sur l'évolution du prix sera juste tempérée par l'effet de $l_i(t)$ mais le signe ne sera pas impacté. La politique de tarification subit le même déplacement $l_i(t)$ que la demande courante.

Lemme 5. L'introduction d'un effet temporel $l_j(t)$ de manière multiplicativement séparable sur la demande courante de j n'a ni effet quantitatif ni effet qualitatif sur la politique de tarification du bien i .

Démonstration. Évident selon (2.36).

L'évolution temporelle des ventes courantes du bien j n'a d'effet ni sur le caractère haussier ou baissier du prix de i , ni sur l'ampleur de cette hausse ou de cette baisse. La robustesse du résultat (2.34) aux effets temporels croisés est donc totale. Il est ici surprenant que l'existence d'un effet de mode sur le serveur, dont les ventes développent celle du client demeure sans effet ni quantitatif ni qualitatif sur la tarification du client.

V. — SIMULATION

En suivant Robinson et Lakhani (1975) et Sethi et Thompson (2000), nous transformons le problème à simuler pour le rendre compatible avec les méthodes numériques existantes. Nous simplifions le problème de deux manières.

Tout d'abord, nous transformons les conditions initiales sur les ventes cumulées x_{i0} en conditions finales x_{iT} . Ces conditions finales s'interprètent comme les prévisions des ventes cumulées à la fin du cycle de vie des produits. Alors que x_{i0} est facilement observable, x_{iT} constitue une prévision. La connaissance de x_{iT} constitue donc une hypothèse. Cette hypothèse est plus ou moins forte selon les cas. Alors que les ventes finales pour un tout nouveau produit sont difficiles à prédire, la prédiction des ventes finales d'une nouvelle génération d'un produit déjà existant est plus simple. En effet, il est plus facile, au regard de la connaissance de la diffusion des produits des générations passées et des produits de la concurrence d'estimer le niveau de diffusion des générations futures. L'hypothèse de la connaissance de x_{iT} n'est donc pas forcément si forte. Il est toutefois important de mesurer la sensibilité des résultats aux valeurs terminales.

Par ailleurs, pour simplifier l'analyse, nous étudions le cas d'un marché biface pur. C'est-à-dire que seules demeurent les externalités de réseau intermarché. Les effets de saturation ne sont donc pas pris en compte. La simulation reste toutefois pertinente pour le début d'un cycle de vie du produit. C'est aussi à ce moment que l'impact des effets dynamiques est le plus intéressant. Le marché biface pur est donc une bonne approximation pour les effets les plus saillants du fonctionnement d'un marché biface avec externalités intramarché.

— Spécification

Nous simulons le système de fonctions de demandes suivant

$$\dot{x}_1 = (a_1 + b_1 x_2) e^{-s_1 p_1}, x_1(T) = x_{1T}$$

$$\dot{x}_2 = (a_2 + b_2 x_1) e^{-s_2 p_2}, x_2(T) = x_{2T}.$$

Pour la simulation, nous prenons pour (2.37) des paramètres conformes à Robinson et Lakhani (1975) et à Bass *et al.* (2001). Par ailleurs, nous souhaitons nous concentrer sur les effets liés aux seules externalités intermarchés. Nous simulons le système issu des équations (2.16), (2.20) et (2.22) selon la méthode suivie par Sethi et Thompson (2000). Sur le marché du client-serveur, nous faisons plusieurs hypothèses pour les simulations. Tout d'abord, l'externalité de réseau intermarchés est plus forte pour la demande des serveurs que pour celles des clients ($b_2 > b_1$). Dans les deux cas, l'externalité de réseau est positive, toutefois, il est plus important pour un serveur de pouvoir servir beaucoup de clients que pour un client d'avoir accès à beaucoup de serveurs. Ensuite, l'élasticité de la demande par rapport au prix est plus élevée pour la demande de clients que pour la demande de serveurs ($s_1 > s_2$). En effet, la disponibilité à payer des firmes qui achètent le serveur est plus forte que celles des particuliers qui achètent le client. Enfin, le marché des clients est plus important que le marché des serveurs ($x_{1T} > x_{2T}$). Cela respecte la caractéristique de ce marché selon laquelle plusieurs clients accèdent à un même serveur. Ainsi,

$$\dot{x}_1 = (a_1 + b_1 x_2) e^{-s_1 p_1}, x_1(T) = x_{1T}.$$

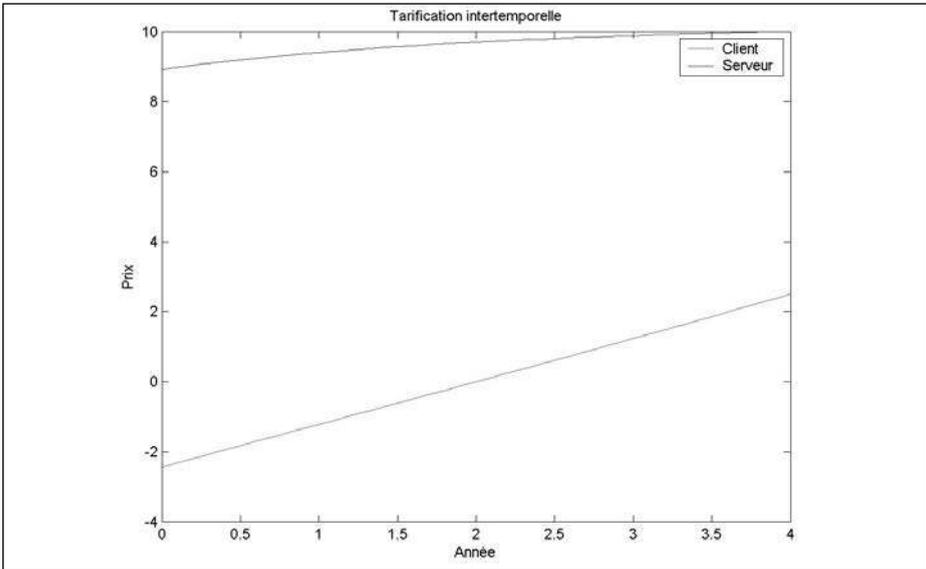
En prenant des valeurs pour les paramètres qui respectent ces hypothèses et qui sont comparables avec les plages de paramètres retenues dans la littérature (Robinson et Lakhani, 1975 ; Bass *et al.*, 2001), nous retenons : $a_1 = a_2 = 0,1$, $b_1 = 0,1$, $b_2 = 0,35$, $s_1 = 0,4$, $s_2 = 0,1$, $x_{1T} = 10^7$, $x_{2T} = 5 * 10^6$, $r = 0,04$. Ces niveaux de paramètres correspondent aux caractéristiques du marché des clients-serveurs ($b_2 < b_1$, $s_1 < s_2$, $x_{1T} > x_{2T}$). Par ailleurs, la durée du cycle de vie du produit est de $D = 4$ ans et les prix sont mis à jour tous les mois. Dans cette simulation, nous retenons l'hypothèse classique dans la littérature selon laquelle les ventes sont positives ou nulles (Kalish, 1983 ; Dockner *et al.*, 2000).

Notre approche nous conduit à distinguer une tarification de premier rang (les deux prix sont calculés à l'optimum) et une tarification alternative (le prix du client est nul).

5.1. Tarification de premier-rang

La tarification qui maximise le profit intertemporel est reportée sur le graphique 1 (page suivante).

GRAPHIQUE 1



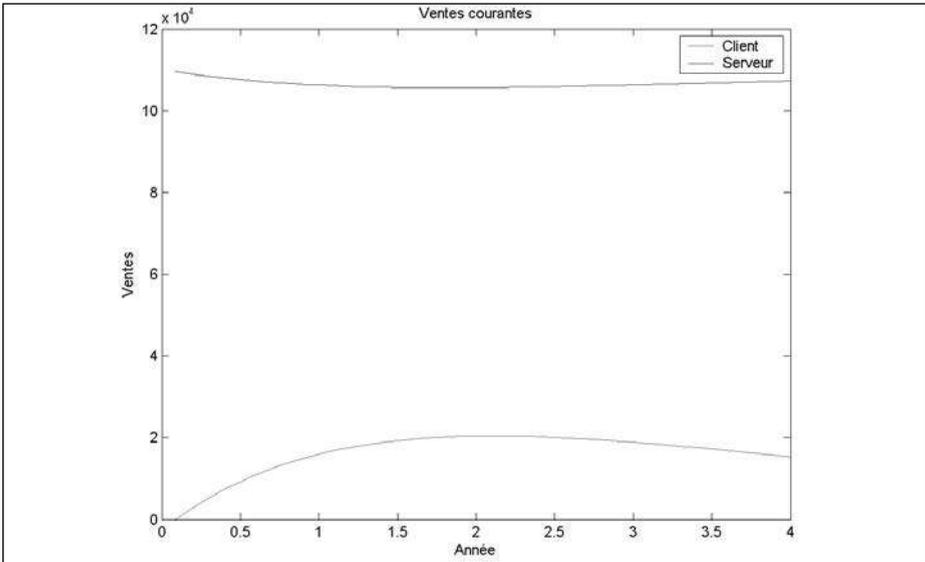
Sur ce graphique, les prix sont croissants. Nous vérifions donc la proposition 5 alors que le taux d'intérêt est de 4 %. Par ailleurs, le prix du serveur est significativement plus élevé que le prix du client. Il y a deux raisons à cela. D'une part, l'élasticité de la demande au prix des serveurs est inférieure à celle des clients ($s_1 > s_2$). La firme ne peut donc tarifier le client à un prix trop élevé. D'autre part, l'élasticité de réseau est plus forte pour la demande des serveurs que pour celle des clients ($b_2 > b_1$). Ainsi, en raison de ce différentiel, le prix du serveur est plus élevé pour subventionner le prix du client plus bas. Le prix du logiciel client subventionné peut même être négatif. Dans ce cas, le consommateur du logiciel client est payé pour utiliser le produit. Cette pratique, qui implique théoriquement un fort développement des ventes n'est pas forcément possible en pratique. Il serait donc envisageable d'introduire une contrainte de semi-positivité pour tester son incidence.

La politique de prix conduit à la diffusion suivante pour les deux logiciels, graphique 2.

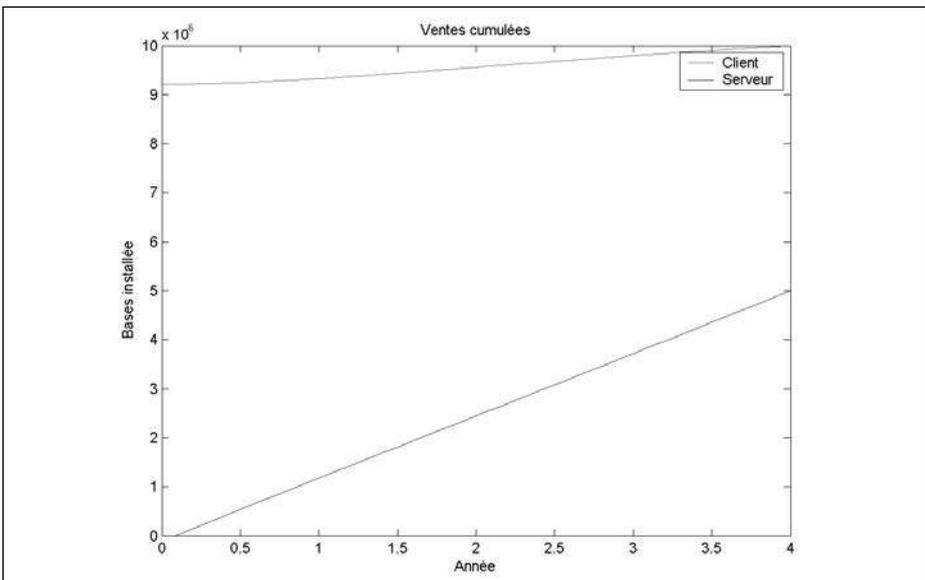
La diffusion des logiciels serveurs est graduelle. Elle commence très bas et augmente continûment jusqu'à la prévision de la taille du marché. Ce démarrage bas s'explique par le prix élevé des serveurs. Au contraire, en ce qui concerne le client, la diffusion est presque immédiate. En effet, le prix (négatif ici) incite la plupart des acheteurs à acquérir le logiciel client dès le lancement du produit. Le graphique 3 des ventes courantes (mensuelles) permet de mieux apprécier ce point.

Les ventes des deux types de logiciel sont presque constantes au cours du temps après la première année. Étant donné le prix très incitatif du client, la plu-

GRAPHIQUE 2



GRAPHIQUE 3



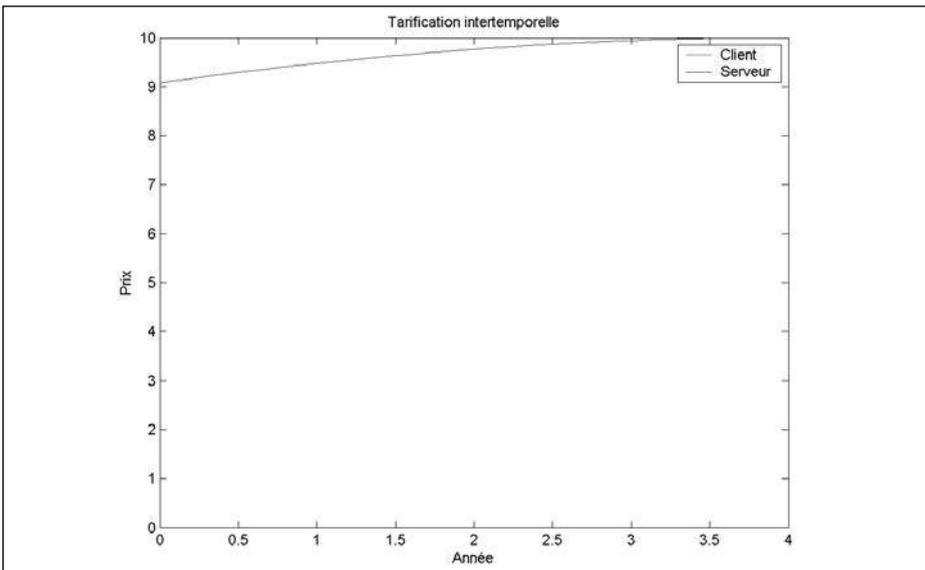
part des acheteurs l'ont acheté en début de cycle. Cela explique la faible diffusion du client par la suite. Au contraire, en ce qui concerne le serveur, le prix élevé explique sa faible diffusion en début de cycle. Ainsi, les ventes de ser-

veurs sont par la suite bien plus élevées que les ventes de clients. Notons que le profit intertemporel associé à cette politique de tarification et à la diffusion des deux types de logiciels est $\Pi_1 = 4.558 * 10^7$. Par ailleurs, même si il s'agit de la politique de tarification qui maximise le profit intertemporel, en pratique, il est difficile de proposer un bien pour un prix négatif comme c'est le cas dans cet exemple. Il s'agit d'un résultat de premier-rang théorique qui n'est pas réalisable. En effet, si le prix était négatif, beaucoup d'individus se feraient payer pour acheter le client sans forcément l'utiliser. Ainsi, les acheteurs du logiciel serveur ne profiteraient pas des externalités de réseau. Cette caractéristique explique d'ailleurs pourquoi les prix des biens ne sont jamais négatifs. Pourtant, la proposition d'un prix négatif pour le client apparait pour une plage importante de paramètres. Il est donc important de pouvoir proposer une autre politique tarifaire.

5.2. Tarification alternative

Un politique tarifaire alternative peut consister à proposer un prix nul pour le logiciel client. Le client est donc offert. Cette politique de tarification permet de faciliter au mieux la diffusion du client pour stimuler les ventes du serveur sans pour autant tarifier à un prix négatif. Un prix nul pour le client modifie la diffusion de ce logiciel. Ainsi, il impacte le prix du serveur et donc la diffusion du serveur. Si d'un point de vue pratique, la tarification au premier-rang n'est pas possible, il est important de savoir si la tarification alternative a un impact important sur la tarification du serveur, la diffusion des deux biens et implique une perte de profit conséquente. La tarification alternative graphique 4, pour les logiciels est :

GRAPHIQUE 4



Alors que la tarification du client a été profondément modifiée parce qu'elle est nulle, la politique de tarification du serveur n'est pas très différente. En effet, le prix du serveur est un tout petit peu plus élevé. Il est donc intéressant de noter que lorsque la tarification du client est largement modifiée, la firme ne doit pas beaucoup changer la politique de tarification pour le serveur. Ce résultat est important en pratique.

En ce qui concerne la diffusion du produit, la politique de tarification n'a pas d'influence notable ni sur les ventes courantes, ni sur les ventes cumulées. Du coup, se pose la question de l'impact d'une tarification alternative par rapport à une tarification de type premier-rang sur le profit intertemporel. La simulation montre que pour la tarification de premier rang le profit est de $\Pi_1 = 4.558 * 10^7$ et que pour la tarification alternative, le profit est de $\Pi_2 = 4.4242 * 10^7$. Le taux de différence entre les deux niveaux de profit est de $\frac{\Pi_1 - \Pi_2}{\Pi_1} = 2,9354 \%$. Ce faible taux entre les deux types de profit est robuste sur l'ensemble des plages de paramètres utilisés dans différentes simulations.

VI. — CONCLUSION

Dans ce travail, nous avons montré quelles sont les formes et les déterminants des politiques de tarification pour une plate-forme de MB dont les biens connaissent des effets dynamiques. En utilisant la littérature sur la diffusion et sur les MB nous obtenons plusieurs résultats. Tout d'abord, l'intuition selon laquelle les externalités directe et indirecte ont le même impact sur la politique de tarification n'est pas valide dans le cas général. Nous montrons que cette intuition n'est vérifiée que lorsque les fonctionnelles de demande sont multiplicativement séparables en le prix et les bases installées. Bien que cette famille de fonctionnelle soit importante, elle ne comprend pas certaines formes très simples et naturelles comme les fonctionnelles additivement séparables. Nous montrons aussi que, avec la seule externalité indirecte, la politique de tarification est croissante. Nous simulons numériquement les politiques de tarification et la diffusion des produits. Nous montrons qu'une politique alternative pour laquelle le logiciel client est gratuit émerge lorsqu'il existe une différence entre les deux externalités indirectes. Cette politique alternative ne dégrade toutefois que très peu le profit.

À l'éditeur de logiciels de type client-serveur, nous pouvons proposer les principes de tarification suivants. Tout d'abord, si l'éditeur peut approximer les fonctions de demande par une fonctionnelle multiplicativement séparable, alors il doit donner la même importance à l'externalité intramarché qu'à l'externalité intermarchés. En outre, la forme de la politique de tarification est sensible aux élasticités-prix ainsi qu'aux effets temporels. Ensuite, lorsque seule demeure l'externalité de réseau intramarché la nature et la force des externalités sont le premier déterminant des politiques de tarification avant l'élasticité de la demande au prix. Par ailleurs, lorsque le taux d'actualisation est nul, la forme de la politique de tarification est une politique de pénétration (les prix sont

croissants dans le temps). Il s'agit d'un résultat robuste. En effet, l'élasticité de la demande au prix et les effets temporels comme les effets de mode n'ont qu'un effet quantitatif mais aucun effet qualitatif sur la forme des politiques de tarification. Enfin, lorsqu'il existe une différence entre les externalités de réseau directe et indirecte, l'éditeur a tout intérêt à proposer le client pour un prix nul. Il s'agit d'une pratique courante dans ce secteur. Les résultats montrent que cette pratique ne détériore que peu le profit. La méthode permet de proposer à l'éditeur une politique de tarification pour tout le cycle de vie de ses logiciels ainsi que réaliser des prévisions des ventes et du profit.

Ces prescriptions s'appliquent au-delà des logiciels de type client-serveur. Ils concernent par exemple la tarification simultanée d'un système d'exploitation et d'un client Internet (c'est la présence de API qui facilite les externalités inter-marchés pour Chiararutthi, 2006). L'industrie de la rencontre en ligne est un autre domaine où ces prescriptions sont envisageables.

Ces prescriptions concernent le cas où une même firme gère elle-même les deux biens proposés à des catégories distinctes de consommateurs et que son objectif est la maximisation du profit. Elles ne s'appliquent donc pas comme telles à la tarification de produits issus du logiciel libre. En effet, dans ce dernier cas, même si les logiciels et surtout les services qui leur sont associés peuvent être facturés (libre ne veut pas dire gratuit), la communauté du logiciel libre est organisée différemment d'une firme classique. En particulier, la maximisation du profit ne peut pas être retenue comme objectif de la communauté et la décentralisation de la gestion des projets rend les politiques jointes plus délicates à coordonner.

Selon Coase (1972), le monopole intertemporel de biens durables, lorsque les consommateurs anticipent l'évolution des prix, s'il ne peut s'engager sur des prix, se concurrence lui-même intertemporellement et tarifie au coût marginal. Le monopole est ainsi face à un problème d'incohérence dynamique. La conjecture de Coase est aussi remise en cause en présence d'externalités positives de réseaux. Si ces dernières sont suffisantes, alors les prix d'équilibre augmentent avec le temps. Grâce à ces externalités, le monopole peut s'engager crédiblement sur une augmentation des prix (politique de pénétration). Notre proposition selon laquelle le prix d'un bien est croissant lorsque la demande courante est séparable en le prix du bien i et la base installée de j et pour un taux d'intérêt nul, ne serait donc pas remise en cause par l'introduction d'anticipation rationnelle sur les prix.

Le marché des logiciels clients-serveurs a connu un passé monopolistique (w3schools, 2011 ; Netcraft, 2011). Les résultats de ce modèle sont donc intéressants pour expliquer cette période. Ils offrent certaines intuitions pour expliquer la situation actuelle qui est duopolistique et contestable. En effet, comme le remarquent Dockner *et al.* (2000), dans certains jeux différentiels, les résultats sont qualitativement proches du cas monopolistique. Toutefois, pour ces auteurs, cela peut venir d'un manque d'interdépendance entre les produits et/ou

d'une insuffisance dans la prise en compte des comportements stratégiques. Notre modèle ne constitue donc qu'une première étape pour l'analyse du marché actuel et demande à être complété.

L'Internet est un ensemble de technologies complexes (Datta *et al.*, 2003) qui impliquent beaucoup d'interactions entre des composants produits par de nombreux fournisseurs (Windrum, 2004). Les navigateurs Internet sont complémentaires de nombreux autres composants (Jenkins *et al.*, 2005). Ces éléments concernent le contenu (media et services), le matériel (PC, serveurs, routeurs), le logiciel (email, lecteur de documents) ou les protocoles de communication (WWW, TCP/IP, FTP). En ce qui concerne la complémentarité entre système d'exploitation et navigateur, Chiararutthi (2006) montre que, en particulier en raison des API, le navigateur Internet Explorer (resp. Netscape Navigator ou Firefox) est lié au système d'exploitation Windows (resp. Unix). Par ailleurs, en raison de ces politiques de compatibilité, Internet Explorer (resp. Firefox) a plus de fonctionnalités s'il se connecte à un serveur Internet Information Services (resp. Apache). La sortie au cours du temps de différentes versions de logiciels client-serveur pose la question de la durée de chaque version ainsi que celle de leur succession. Alors que l'importance des coûts fixes constitue une barrière à l'entrée qui explique le nombre réduit d'éditeurs de logiciels client-serveur, le lancement du nouveau navigateur Chrome par Google souligne la contestabilité du marché.

Le jeu de ces acteurs est suffisamment fort pour modifier les politiques de tarification (Mahajan *et al.*, 2000; Rochet et Tirole, 2006). Le présent modèle pourrait donc être généralisé en introduisant de la concurrence pour analyser ces situations. Ainsi, il serait possible d'étudier les interactions entre plusieurs plate-formes, au niveau de leurs politiques de tarification et/ou de la compatibilité entre produits. Il pourrait aussi être intéressant d'analyser l'entrée potentielle d'un acteur sur ce type de marché.

Voir bibliographie page suivante

BIBLIOGRAPHIE

- ARMSTRONG M. (2006), « Competition in two-sided markets », *The RAND Journal of Economics*, vol. 37, n° 3, pp. 668-691.
- BASS F. (1969), « A New Product Growth for Model Consumer Durable », *Management Science*, vol. 15, n° 5, pp. 215-227.
- BASS F. (1995), « Empirical Generalizations and Marketing Science: A Personal View », *Marketing Science*, vol. 14, n° 3, pp. G6-G19.
- BAUYS B., KIM N. et SCHOCKER A. (2000), « Growth Models for Multiproduct Interactions: Current Status and New Directions », in: Mahajan V., Muller E. et Wind Y. (eds), *New-Product Diffusion Models*, Boston, MA: Kluwer, pp. 141-164.
- CHENAVAZ R. (2010), *Les déterminants de la tarification dynamique*, thèse, Telecom ParisTech.
- CHENAVAZ R., CARRIER L.-P., ETIENNE L., PARASCHIV C. (2011), « Dynamic Pricing in Management Science », *Journal of Economic Studies and Research*, DOI: 10.5171/2011.283281.
- CHIARAVUTTHI Y. (2006), « Firms' strategies and network externalities: Empirical evidence from the browser war », *The Journal of High Technology Management Research*, vol. 17, pp. 27-44.
- COASE R. (1972), « Durability and Monopoly », *Journal of Law and Economics*, vol. 15, pp. 143-149.
- DOCKNER E., JORGENSEN S., LONG N. et SORGER G. (2000), *Differential Games in Economics and Management Science*, Cambridge University Press.
- FARRELL J., SALONER G. (1986), « Installed Base and Compatibility: Innovation, Product Preannouncements, and Predation », *American Economic Review*, vol. 16, n° 1, pp. 70-83.
- GALLAUGHER J. et WANG Y. (2002), « Understanding Network Effects in Software Markets: Evidence from Web Server Pricing », *MIS Quarterly*, vol. 26, n° 4, pp. 303-327.
- JENKINS M., LIU P., MATZKIN R. et McFADDEN D. (2005), « Browser War - Econometric Analysis of Markov Perfect Equilibrium in Markets with Network Effects », Working Paper, University of California, Berkeley.
- JORGENSEN S. (1986), « Optimal Dynamic Pricing in an Oligopolistic Market: A Survey », in: Basar T. (ed.), *Dynamic Games and Applications in Economics*, Springer Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, vol. 265, pp. 179-237.
- KALISH S. (1983), « Monopolist Pricing with Dynamic Demand and Production Cost », *Marketing Science*, vol. 2, n° 2, pp. 135-159.
- LADRON A., ELBERSE A. et PUTSIS W. (2007), « Diffusion of Complementary Products with Networks Effects: A Model and Application », Working Paper.
- MAHAJAN V. et MULLER E. (1979), « Innovation Diffusion and New Product Growth Models in Marketing », *Journal of Marketing*, vol. 43, pp. 55-71.
- MAHAJAN V., MULLER E. et WIND Y. (2000), *New-Product Diffusion Models*, Boston, MA: Kluwer.
- OSTA E., CARTWRIGHT P., PRABHU J. et BEVOLO M. (2007), « Research for Innovation: Defining Market Propositions », in: *Marketing Research Handbook*, 5th ed. West Sussex: John Wiley and Sons, pp. 149-168.
- PARASCHIV C. et CHENAVAZ R. (2011), « Sellers' and Buyers' Reference Point Dynamics in the Housing Market », *Housing Studies*, 1466-1810.
- PARKER G. et Van ALSTYNE M. (2005), « Two-Sided Network Effects: A Theory of Information Product Design », *Management Science*, vol. 51, n° 10, pp. 1494-1504.
- ROBINSON B. et LAKHANI C. (1975), « Dynamic Price Models for New Product Planning », *Management Science*, vol. 21, pp. 1113-1122.
- ROCHET J.-C., TIROLE J. (2006), « Two-Sided Markets: A Progress Report », *The RAND Journal of Economics*, vol. 35, n° 3, pp. 645-667.
- WINDRUM P. (2004), « Leveraging technological externalities in complex technologies: Microsoft's exploitation of standards in the browser wars », *Research Policy*, vol. 33, pp. 385-394.